

Florian Timmermann, Steffen Köhn

Intensivkurs Mathematik

Abitur 2018 Brandenburg

Originale Prüfungsaufgaben

Basisaufgaben

Anschauliche Lösungen



Intensivkurs
Mathematik

Inhaltsverzeichnis

Arbeiten mit dem Buch	5
Aufbau der Abiturprüfung 2018	7
Checkliste	9
I. Theorie & Basisaufgaben	13
II. Originale Abituraufgaben	101
Abitur 2014	103
Abitur 2015	113
Abitur 2016	121
Abitur 2017	129
III. Lösungen der Abituraufgaben	139
Abitur 2014	141
Abitur 2015	167
Abitur 2016	191
Abitur 2017	213
Anhang	235

Arbeiten mit dem Buch

Liebe Schüler/innen,

Bald steht Ihr Abitur an. Hier finden Sie ein Beispiel, das Ihnen hilft, mit diesem Prüfungsvorbereitungsbuch zu arbeiten.

- 1 Ermitteln Sie mit Hilfe der Checkliste auf Seite 9 Ihre persönlichen Lernziele.

“Ich möchte Stammfunktionen bestimmen können.“

- 2 Den betreffenden Abschnitt und die Seite, die zu Ihrem Lernziel passt, finden Sie links und rechts neben dem Lernziel. Unter Abschnitt (40) auf Seite 53 sollten Sie fündig werden.

„Wie bestimme ich eine Stammfunktion?“

Dort finden Sie Beispiele, Erklärungen und Verweise auf die Abituraufgaben.

- 3 Sie können sich später entschließen eine Prüfungsaufgabe zum gewählten Thema zu bearbeiten, um Ihre Fertigkeiten zu trainieren. Am Ende eines Abschnitts finden Sie eine Liste von Abituraufgaben, die Ihrem Thema entsprechen.

Angenommen, Sie finden folgende Aufgabe:

- a) 5 BE. Geben Sie je eine reelle Zahl für die Parameter a , b , und c an, sodass die Funktionen F_a , G_b und H_c Stammfunktionen der Funktionen f , g , und h sind.
- | | | |
|-----------------------------|---|------|
| $f : f(x) = 2x^3 + 4x - 1$ | $F_a : F_a(x) = 0,5x^4 + ax^2 - x + 3$ | (24) |
| $g : g(x) = \sqrt{x-4}$ | $G_b : G_b(x) = \frac{2}{b}(x-4)^{\frac{3}{2}}$ | (36) |
| $h : h(x) = 4e^{-2x+1} + e$ | $H_c : H_c(x) = c \cdot e^{-2x+1} - e$ | (40) |

Am Rand sehen Sie, dass Sie zur Bearbeitung dieser Abituraufgabe noch die Kapitel 24 und 36 benötigen könnten. Falls Sie die Aufgabe nicht lösen können, hilft Ihnen dieser Abschnitt ggf. weiter.

- 4 Bedenken Sie, dass es beim Bearbeiten einer Aufgabe nicht darauf ankommt, das richtige Ergebnis zu haben. Wenn Sie in den Lösungen nachsehen und feststellen, dass Sie einen Fehler gemacht haben, dann nutzen Sie diese Gelegenheit, um Ihr Wissen zu festigen. Stellen Sie sich die Frage „*Warum ist dieser Lösungsweg richtig?*“. Die ausführlichen Lösungen können Ihnen dabei helfen, die einzelnen Schritte besser nachzuvollziehen. Nehmen Sie sich dafür ruhig etwas Zeit. Sobald Sie sich oder anderen die Lösungen erklären können, haben Sie einen positiven Lerneffekt bewirkt! Dabei können Sie Folgendes beachten:

Graue Texte und Kästen stellen Ideen, Hinweise oder Beschreibungen dar und sollen Ihnen helfen, die Lösung besser nachvollziehen zu können.

- a) Geben Sie je eine reelle Zahl für die Parameter a , b und c an, sodass die Funktionen F_a , G_b und H_c Stammfunktionen der Funktionen f , g und h sind.

$$f(x) = 2x^3 + 4x - 1 \qquad F_a(x) = 0,5x^4 + ax^2 - x + 3$$

$$F'_a(x) = 2x^3 + 2ax - 1$$

Koeffizienten vergleichen: $4 = 2a \Rightarrow a = 2$

Schwarze Texte hingegen sind ein Teil der schriftlichen Lösung.

5 Sie können auch vollständige Prüfungen bearbeiten oder simulieren. Vor jeder Prüfung finden Sie eine Seite, auf der beschrieben ist, wie viel Zeit Sie für die Aufgaben in etwa einplanen sollten. Dabei sollten Sie jedoch zwei Umgebungen beachten:

1. **Lernumgebung:** Sie wollen anhand der Abitur-Aufgaben Ihre Fähigkeiten trainieren, kontrollieren, was Sie schon können oder den Stoff mit Hilfe von Beispielaufgaben erarbeiten? Dann machen Sie sich auf gar keinen Fall zeitlichen Druck! Nutzen Sie die Querverweise auf den Theorieteil, schreiben Sie sich Notizen auf und probieren Sie unterschiedliche Lösungen aus.
2. **Leistungsumgebung:** Sie fühlen sich fit für's Abi oder wollen Ihren eigenen Leistungsstand überprüfen? Legen Sie sich alle benötigten Hilfsmittel zurecht, versorgen Sie sich mit genügend Getränken und etwas zum Essen und bearbeiten Sie 270 Minuten lang eine Abituraufgabe. Lesen Sie sich die Bedingungen für die einzelnen Aufgaben gut durch und bearbeiten Sie hilfsmittelfreie Aufgaben auch wirklich ohne Hilfsmittel.

Intensivkurs Mathematik und das **Nachhilfeinstitut GiRA** wünschen Ihnen viele Erfolgserlebnisse beim Lernen und ein souveränes Abitur!

Florian Finzer

Abitur 2018

Die Abitur-Prüfung 2018 wird den gleichen Aufbau wie die Prüfung im Jahr 2017 besitzen.

Zugelassene Hilfsmittel	Nachschlagewerk zur Rechtschreibung der deutschen Sprache
für Teil 2-4:	Formelsammlung, die an der Schule eingeführt ist
für Teil 2-4:	Taschenrechner, die nicht programmierbar und nicht grafikfähig sind und nicht über die Möglichkeiten der numerischen Differenziation oder Integration oder dem automatisierten Lösen von Gleichungen verfügen.
Gesamtbearbeitungszeit:	270 Minuten inklusive Lese- und Auswahlzeit Teil 1: höchstens 40 Minuten (frühere Abgabe möglich) Teil 2-4: 230 Minuten
Hilfsmittelfreier Teil:	Keine Auswahl möglich. Bei früherer Abgabe (vor Ablauf der 40 Minuten) kann mit der Bearbeitung der weiteren Aufgaben begonnen werden, jedoch ohne Zuhilfenahme der Hilfsmittel. Erst nach Ablauf der 40 Minuten dürfen die dann zugelassenen Hilfsmittel verwendet werden.
Analysis:	Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 2.1 oder 2.2 zur Bearbeitung aus.
Analytische Geometrie:	Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 3.1 oder 3.2 zur Bearbeitung aus.
Stochastik:	Wenn Sie Aufgabe 3.1 gewählt haben, müssen Sie Aufgabe 4.1 wählen! Wenn Sie Aufgabe 3.2 gewählt haben, müssen Sie Aufgabe 4.2 wählen!

Checkliste

Analysis

Ich kann...

1	<input type="checkbox"/> einfache Rechnungen mit Brüchen auch ohne Taschenrechner durchführen	15
2	<input type="checkbox"/> Terme zusammenfassen und Klammern auflösen	15
3	<input type="checkbox"/> die drei Binomischen Formeln anwenden	16
4	<input type="checkbox"/> mit Potenzen und Wurzeln rechnen	16
5	<input type="checkbox"/> Maßeinheiten umrechnen	17
6	<input type="checkbox"/> Logarithmengesetze anwenden	18
7	<input type="checkbox"/> mich in einem Koordinatensystem orientieren	18
8	<input type="checkbox"/> alle grundlegenden Gleichungen lösen	19
9	<input type="checkbox"/> ein lineares Gleichungssystem lösen	23
10	<input type="checkbox"/> die Haupt- und Punktsteigungsform einer Geraden aufstellen	
	<input type="checkbox"/> untersuchen, ob zwei Geraden parallel oder senkrecht zueinander stehen	
	<input type="checkbox"/> den Steigungswinkel einer Geraden berechnen	24
11	<input type="checkbox"/> eine Parabelgleichung in Nullstellen-, Haupt- und Scheitelpunktsform aufstellen	25
12	<input type="checkbox"/> die Haupt- und Nullstellenform von ganzrationalen Funktionen aufstellen	26
13	<input type="checkbox"/> die e-Funktion zur Modellierung von Wachstumsprozessen benutzen	27
14	<input type="checkbox"/> exponentielles Zerfalls- und Wachstumsprozesse modellieren und untersuchen	28
15	<input type="checkbox"/> den Definitionsbereich einer Logarithmusfunktion bestimmen	29
16	<input type="checkbox"/> gebrochenrationale Funktionen auf Definitionslücken untersuchen	30
17	<input type="checkbox"/> den Definitionsbereich einer Wurzelfunktion bestimmen	31
18	<input type="checkbox"/> den Abstand zweier Punkte bestimmen	32
19	<input type="checkbox"/> eine Funktion spiegeln/verschieben/stauchen/strecken	32
20	<input type="checkbox"/> Funktionen auf Symmetrie untersuchen	33
21	<input type="checkbox"/> Grenzwerte und waagrechte Asymptoten bestimmen	34

57. Wie führe ich einen Hypothesentest durch?

Ein *Hypothesentest* bzw. *Signifikanztest* ist ein Verfahren zur Überprüfung einer Nullhypothese H_0 .

- a) Eine Hypothese H_0 (*Nullhypothese*) ist eine Behauptung, die wir mit Hilfe einer Untersuchung ablehnen oder akzeptieren können.
- b) Ein Signifikanztest besteht aus
 - einer *Stichprobenlänge* und einer *Einzelwahrscheinlichkeit* p_0
 - einer *Entscheidungsregel*. Wir geben damit an, für welche Werte wir H_0 annehmen bzw. ablehnen.
 - einem *Signifikanzniveau* (einer *Irrtumswahrscheinlichkeit*) α .
- c) Bei einem Hypothesentest können zwei verschiedene Fehler auftreten:
 - *Fehler 1. Art* (α -Fehler): H_0 wird abgelehnt, obwohl H_0 wahr ist.
 - *Fehler 2. Art* (β -Fehler): H_0 wird akzeptiert, obwohl H_0 falsch ist.

Bei der Auswertung eines Tests können verschiedene Fälle eintreten. Je nachdem, ob H_0 wahr (●) oder falsch (○) ist und ob das Versuchsergebnis im *Annahmebereich* A (□) oder *Ablehnungsbereich* \bar{A} (■) liegt.



H_0 ist wahr.
 Versuchsergebnis liegt in A.
 ⇒ Die Aussage wird zu Recht akzeptiert.



H_0 ist wahr.
 Versuchsergebnis liegt in \bar{A} .
 ⇒ Die Aussage wird fälschlicherweise abgelehnt.
 Es gilt: $P(\text{Fehler 1. Art}) \leq \alpha$



H_0 ist falsch.
 Versuchsergebnis liegt in \bar{A} .
 ⇒ Die Aussage wird zu Recht abgelehnt.



H_0 ist falsch.
 Versuchsergebnis liegt in A.
 ⇒ Die Aussage wird fälschlicherweise akzeptiert.
 Es gilt: $P(\text{Fehler 2. Art}) = \beta$

Je nachdem, wo der Ablehnungsbereich liegt, sprechen wir von einem *links-/rechtsseitigen Test* oder von einem *zweiseitigen Test*.



linksseitiger Test



rechtsseitiger Test



zweiseitiger Test

Zentrale schriftliche Abiturprüfung 2017

Mathematik

Kurs auf erhöhtem Anforderungsniveau

			Aufgaben ab Seite	Lösungen ab Seite	
mit Hilfsmittel	Teil 1	1 von 1	1. Aufgaben zum hilfsmittelfreien Teil	130	213
	Teil 2	1 von 2	2.1 Analysis (Eisbecher)	131	216
			2.2 Analysis (Straßenverlauf)	132	220
	Teil 3	1 von 2	3.1 Analytische Geometrie (Zelt)	134	224
			3.2 Analytische Geometrie (Gartenpavillon)	135	228
	Teil 4	1 von 2	4.1 Stochastik (Vereinsjubiläum)	136	230
			4.2 Stochastik (Freizeit)	137	232

Zugelassene Hilfsmittel Nachschlagewerk zur Rechtschreibung der deutschen Sprache für Teil 2-4:
für Teil 2-4: Taschenrechner, die nicht programmierbar und nicht grafikfähig sind und nicht über die Möglichkeiten der numerischen Differenziation oder Integration oder dem automatisierten Lösen von Gleichungen verfügen.

Gesamtbearbeitungszeit: 270 Minuten inklusive Lese- und Auswahlzeit
Teil 1: höchstens 40 Minuten (frühere Abgabe möglich)
Teil 2-4: 230 Minuten

Hilfsmittelfreier Teil: Keine Auswahl möglich. Bei früherer Abgabe (vor Ablauf der 40 Minuten) kann mit der Bearbeitung der weiteren Aufgaben begonnen werden, jedoch ohne Zuhilfenahme der Hilfsmittel. Erst nach Ablauf der 40 Minuten dürfen die dann zugelassenen Hilfsmittel verwendet werden.

Analysis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 2.1 **oder** 2.2 zur Bearbeitung aus.

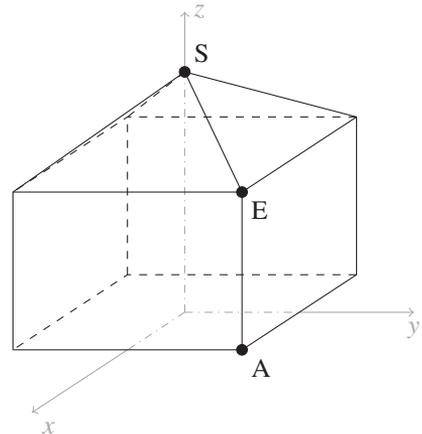
Analytische Geometrie: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 3.1 **oder** 3.2 zur Bearbeitung aus.

Stochastik: Wenn Sie Aufgabe 3.1 gewählt haben, **müssen** Sie Aufgabe 4.1 wählen!
Wenn Sie Aufgabe 3.2 gewählt haben, **müssen** Sie Aufgabe 4.2 wählen!

3.2 Analytische Geometrie (Gartenpavillon)

Im Bild ist ein Pavillon dargestellt, der vereinfacht als zusammengesetzter Körper aus einem Quader mit quadratischer Grundfläche und einer aufgesetzten geraden quadratischen Pyramide aufgefasst werden kann. Eine der senkrecht stehenden Kanten wird durch die Strecke AE mit $A(1,5 \mid 1,5 \mid 0)$ und $E(1,5 \mid 1,5 \mid 2,1)$ modelliert.

Der Mittelpunkt der in der x - y -Ebene liegenden Grundfläche ist der Koordinatenursprung $O(0 \mid 0 \mid 0)$. Eine der in der Spitze S des Pavillons zusammentreffenden Dachkanten ist Teil der Geraden g mit der Gleichung



$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -1,5 \\ 1,5 \\ 2,1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1,5 \\ 1,5 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad t \in \mathbb{R}. \text{ Es gilt: } 1 \text{ LE} = 1 \text{ m}.$$

- a) 3 BE. Berechnen Sie den Neigungswinkel einer Dachkante gegenüber der Grundflächenebene. (76)
- b) 2 BE. Ermitteln Sie die Gesamthöhe des Pavillons. (64)
- c) 3 BE. Eine der dreieckigen Teilflächen des Daches liegt in der Ebene H , die die Gerade g und den Punkt E enthält. (69)
Weisen Sie nach, dass diese Ebene H durch die Gleichung $3y + 4,5z = 13,95$ beschrieben werden kann.
- d) 2 BE. Im Inneren des Pavillons befindet sich eine Lampe. Sie wird vereinfacht durch den Punkt $L(0 \mid 1 \mid 2)$ modelliert. Geben Sie eine Gleichung für die Gerade k an, auf der neben L auch der Punkt der Ebene H liegt, der den kleinsten Abstand zum Punkt L hat. (63)
(64)
(72)

→ Lösungen ab Seite 228

Abitur 2016 – Lösungen

Aufgaben zum hilfsmittelfreien Teil

Teil 1 – Analysis

- a) Geben Sie je eine reelle Zahl für die Parameter a , b und c an, sodass die Funktionen F_a , G_b und H_c Stammfunktionen der Funktionen f , g und h sind.

— a, b, c bestimmen —

$$f(x) = 2x^3 + 4x - 1 \qquad F_a(x) = 0,5x^4 + ax^2 - x + 3$$

ableiten

$$F'_a(x) = 2x^3 + 2ax - 1$$

— Koeffizienten vergleichen: $4 = 2a \Rightarrow a = 2$ —

$$g(x) = 1 \cdot \sqrt{x-4} = (x-4)^{\frac{1}{2}} \qquad G_b(x) = \frac{2}{b}(x-4)^{\frac{3}{2}}$$

ableiten

$$G'_b(x) = \frac{2}{b} \cdot \frac{3}{2}(x-4)^{\frac{1}{2}} \cdot 1 = \frac{3}{b} \cdot (x-4)^{\frac{1}{2}}$$

äußere Ableitung innere Ableitung

$$= \frac{3}{b} \cdot \sqrt{x-4}$$

— Koeffizienten vergleichen: $1 = \frac{3}{b} \Rightarrow b = 3$ —

$$h(x) = 4e^{-2x+1} + e \qquad H_c(x) = c \cdot e^{-2x+1} + ex - e$$

ableiten

$$H'_c(x) = c \cdot (-2) \cdot e^{-2x+1} + e$$

äußere Ableitung innere Ableitung

$$= -2c \cdot e^{-2x+1} + e$$

— Koeffizienten vergleichen: $-2c = 4 \Rightarrow c = -2$ —

Erfolgreich im Mathe-Abitur!

**Prüfungsaufgaben und Zusatz-
materialien zur Vorbereitung auf
das Abitur**

**Von Lehrern und Nachhilfelehrern
gemeinsam erstellt**

**In Kooperation mit dem
Nachhilfeinstitut GiRA**

ISBN 978-3-9817902-2-1



9 783981 790221